FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Guía 1: Campo electrostático

<u>Problema 7</u>:Una distribución de carga en forma de anillo de radio *R* tiene una densidad de carga lineal λ.

*a)*Hallar la expresión del campo eléctrico sobre puntos del eje del anillo si la densidad lineal es uniforme.

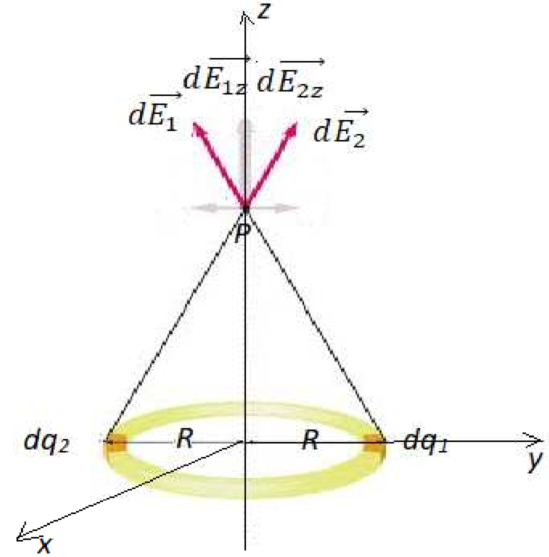
b) Graficar la componente del vector eléctrico sobre el eje si *R=5cm* y λ=+0.1μC/m.

c) ¿Cuál es la dependencia funcional con la distancia al centro del anillo? Analice también la dependencia cuando la distancia es mucho mayor que el radio *R*.

d) ¿Cómo cambiaría su planteo y la resolución si la densidad λ no fuera uniforme?

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Problema 7: a) Hallar la expresión del campo eléctrico sobre puntos del eje del anillo si la densidad lineal es uniforme.



- Antes de empezar a resolver:

- ¿Dónde debo calcular $\vec{E}$?

sobre el eje del anillo:

$$\overrightarrow{E(x,y,z)} = \overrightarrow{E(0,0,z)}$$

- ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico si λ es constante?

$$dq_1 = dq_2$$
$$\vec{E} = E\hat{k}$$

FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Problema 7: a)

- Calculemos el campo eléctrico:

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \int_{\substack{sobre\ el\\ anillo}} d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\substack{sobre\ el\\ anillo}} dq' \frac{(\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}$$

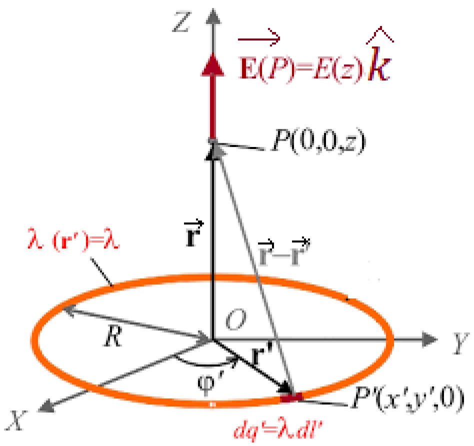
Donde:

- $\vec{r}$ es la posición donde quiero calcular el campo, el punto P $\quad \vec{r} = (0,0,z)$
- $\overrightarrow{r'}$ es la posición de cualquier punto genérico de la región cargada, P'(x',y',0)

$$\overrightarrow{r'} = (x', y', z') = (R\cos\varphi', R\,sen\varphi', 0)$$

- dq' es un diferencial de carga que genera el campo

$$dq' = \lambda \mathrm{d}l' = \lambda \mathrm{R} \mathrm{d}\varphi'$$



Problema 7: a)

- Antes de reemplazar calculemos:

$$\vec{r} - \vec{r'} = -Rcos\varphi'\hat{\imath} - Rsen\varphi'\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

$$|\vec{r} - \vec{r'}|^3 = \left(\sqrt{R^2 + z^2}\right)^3$$

La integral del campo eléctrico queda:

$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi} \frac{\lambda R d\varphi' \left(-Rcos\varphi'\hat{\imath} - Rsen\varphi'\hat{\jmath} + z\hat{k}\right)}{\left(\sqrt{R^2 + z^2}\right)^3}$$

OBS: Hay que resolver tres integrales!!!

La respuesta a la parte a):

$\boxed{E_x = 0}$ $\boxed{E_y = 0}$ $\boxed{E_z = \frac{\lambda R z}{2\varepsilon_0\left(\sqrt{R^2+z^2}\right)^3}\hat{k}}$

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Problema 7:b) Graficar la componente del vector eléctrico sobre el eje si R=5cm y λ=+0.1μC/m.

- Reemplazando los valores:

R=0,05m , λ=+0.1.10^{-6}C/m, ε_0=8.85. $10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2}$

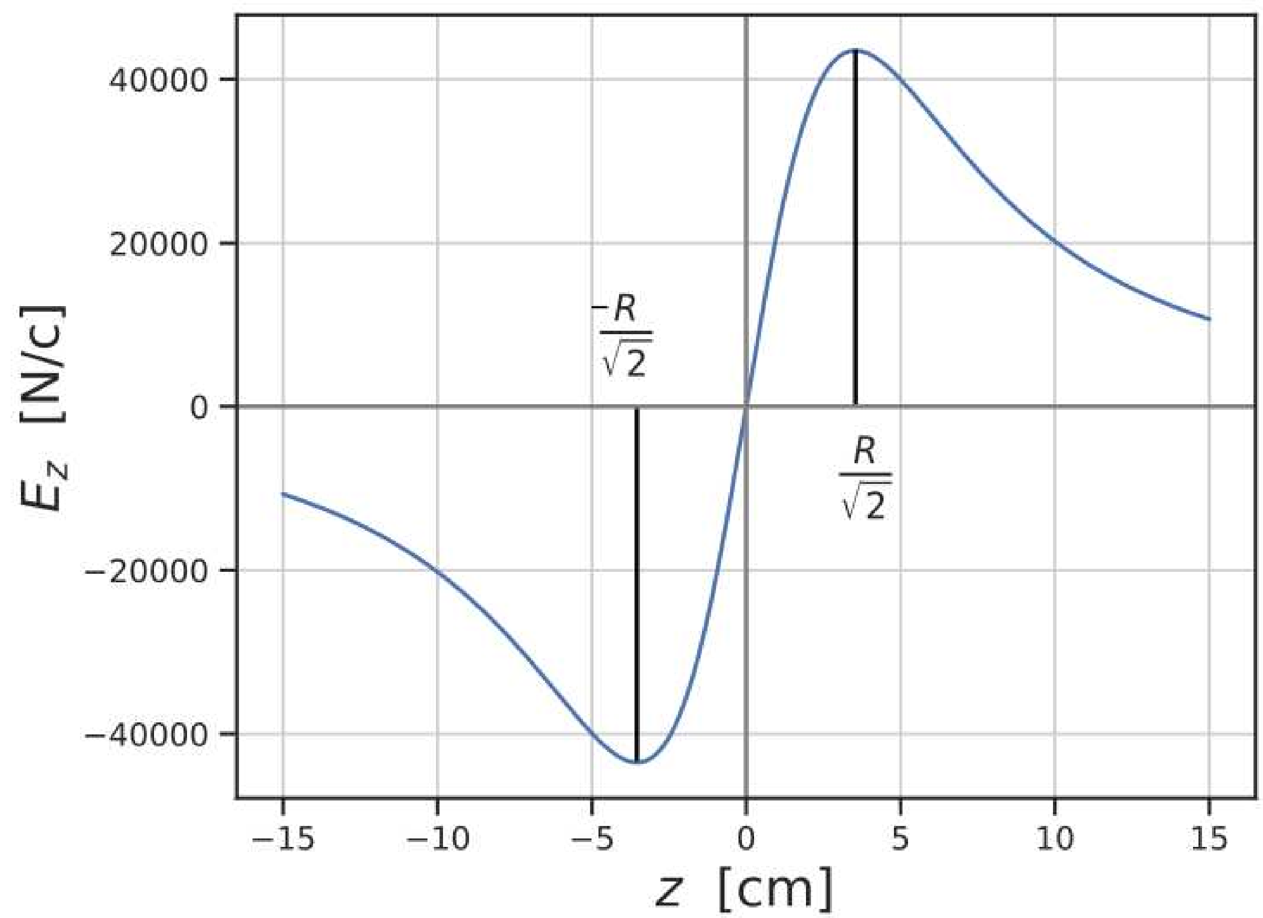
$$\overrightarrow{E(\vec{r})} = \frac{\lambda Rz}{2\varepsilon_0\left(\sqrt{R^2+z^2}\right)^3}\hat{k} = 282{,}5\frac{N.m^2}{C}\frac{z}{\left(\sqrt{(0.05m)^2+z^2}\right)^3}\hat{k}$$

- Analicemos algunas cuestiones antes de graficar:

- Dado que λ es positivo, si $z > 0$,resulta $E_z > 0$, mientras que si $z < 0$,resulta $E_z < 0$
- Si $z = 0$,resulta $E_z = 0$
- Si $z \to \infty$, la expresión del campo es proporcional a $^1/_{z^2}$ y

FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Problema 7:b) Graficar la componente del vector eléctrico sobre el eje si R=5cm y λ=+0.1μC/m.



Problema 7:c) ¿Cuál es la dependencia funcional con la distancia al centro del anillo? Analice también la dependencia cuando la distancia es mucho mayor que el radio R.

- Como vimos en la parte b) la dependencia con *z* es de la forma: $\frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}}$
- Si reescribimos el campo:

$$\vec{E} = \frac{\lambda R z}{2\varepsilon_0(\sqrt{R^2+z^2})^3}\hat{k} = \frac{\lambda 2\pi R z}{22\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{z^2\left(\frac{R^2}{z^2}+1\right)}\right)^3}\hat{k}$$

Para el caso z≫ R queda:

$\vec{E} = \frac{Q_T}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\hat{k}$ campo de una carga puntual en el origen

Problema 7:d) ¿Cómo cambiaría su planteo y la resolución si la densidad λ no fuera uniforme?

Por ser una distribución en forma de anillo, donde R es constante, λ si no fuera uniforme, sólo puede depender de φ', y en la resolución de las integrales del campo, deja de ser constante. Por ej si $\lambda = \lambda(\varphi') = \lambda_0 \text{sen}\, \varphi'$, analicemos la dirección del campo E, resulta $\overrightarrow{E(0,0,z)} = E\hat{\jmath}$

- ¿Cómo resolvemos un cuarto de anillo?
- ¿En qué cambia nuestro planteo si en lugar de un anillo es una corona?